

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の必要性と意味及びその解の意味」<準備問題①>

組 番 名前

① 次の方程式を解きなさい。

(1) $5 - 4x = -7$

(2) $4 + 6x = 19 + 3x$

(3) $3(x + 5) = -2 - (5x - 1)$

(4) $\frac{2}{5}x + 2 = \frac{1}{3}x - 4$

② 次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^2 - 10x$

(2) $x^2 - 14x + 49$

(3) $3x^2 + 6x - 45$

(4) $5x^2 - 20$

③ 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 11

(2) 0.09

(3) $\frac{16}{25}$

(4) 108

1

- (1) $x = 3$ (2) $x = 5$ (3) $x = -2$ (4) $x = -90$

【解説】

<p>(1) $5 - 4x = -7$ $-4x = -7 - 5$ $-4x = -12$ $x = 3$</p>	<p>(2) $4 + 6x = 19 + 3x$ $6x - 3x = 19 - 4$ $3x = 15$ $x = 5$</p>
<p>(3) $3(x + 5) = -2 - (5x - 1)$ $3x + 15 = -2 - 5x + 1$ $3x + 5x = -2 + 1 - 15$ $8x = -16$ $x = -2$</p>	<p>(4) $\frac{2}{5}x + 2 = \frac{1}{3}x - 4$ 両辺を15倍して $6x + 30 = 5x - 60$ $6x - 5x = -60 - 30$ $x = -90$</p>

2

- (1) $2x(2x - 5)$ (2) $(x - 7)^2$
 (3) $3(x - 3)(x + 5)$ (4) $5(x + 2)(x - 2)$

【解説】

<p>(1) $4x^2 - 10x$ $= 2x(2x - 5)$</p>	<p>(2) $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$</p>
<p>(3) $3x^2 + 6x - 45$ $= 3(x^2 + 2x - 15)$ $= 3(x - 3)(x + 5)$</p>	<p>(4) $5x^2 - 20 = 5(x^2 - 4)$ $= 5(x + 2)(x - 2)$</p>

3

- (1) $\pm\sqrt{11}$ (2) ± 0.3 (3) $\pm\frac{4}{5}$ (4) $\pm 6\sqrt{3}$

【解説】

◎2乗するとaになる数をaの平方根という。正の数の平方根は、正と負2つある。

- (1) 整数にならないものは根号を使って表す (2) 小数のケタに注意
 (3) 分母、分子それぞれで考える
 (4) 根号の中はできるだけ小さい数にするので、

$$\sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ とする。}$$

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の必要性と意味及びその解の意味」<準備問題②>

組 番 名前

-2, -1, 0, 1, 2のうち, 次の方程式の解であるものを答えなさい。

(1) $x^2 + x - 2 = 0$

(2) $2x^2 + 8x + 8 = 0$

(1) 解は-2と1

(2) 解は-2

【解説】

(1) $x = -2$ のとき $(-2)^2 + (-2) - 2 = 4 - 2 - 2 = 0 \Rightarrow$ 成り立つ

$x = -1$ のとき $(-1)^2 + (-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2 \neq 0$

$x = 0$ のとき $0^2 + 0 - 2 = -2 \neq 0$

$x = 1$ のとき $1^2 + 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0 \Rightarrow$ 成り立つ

$x = 2$ のとき $2^2 + 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4 \neq 0$

したがって、等式が成り立つ (= 0 になる) のは、 $x = -2$ と $x = 1$ のとき。

(2) $x = -2$ のとき $2 \times (-2)^2 + 8 \times (-2) + 8 = 8 - 16 + 8 = 0 \Rightarrow$ 成り立つ

$x = -1$ のとき $2 \times (-1)^2 + 8 \times (-1) + 8 = 2 - 8 + 8 = 2 \neq 0$

$x = 0$ のとき $2 \times 0^2 + 8 \times 0 + 8 = 8 \neq 0$

$x = 1$ のとき $2 \times 1^2 + 8 \times 1 + 8 = 2 + 8 + 8 = 18 \neq 0$

$x = 2$ のとき $2 \times 2^2 + 8 \times 2 + 8 = 8 + 16 + 8 = 32 \neq 0$

したがって、等式が成り立つ (= 0 になる) のは、 $x = -2$ のときだけである。

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の必要性と意味及びその解の意味」〈基本問題〉

組 番 名前

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 49$

(2) $6x^2 = 42$

(3) $5x^2 - 90 = 0$

(4) $81x^2 - 25 = 0$

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x - 3)^2 = 16$

(2) $(x + 4)^2 - 24 = 0$

3 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + x - 12 = 0$

(2) $x^2 - 5x = 0$

(3) $x^2 - 12x + 36 = 0$

(4) $x^2 + 5x = 10 + 2x$

1

(1) $x = \pm 7$

(2) $x = \pm \sqrt{7}$

(3) $x = \pm 3\sqrt{2}$

(4) $x = \pm \frac{5}{9}$

【解説】

(1) $x^2 = 49$
 $x = \pm 7$

(3) $6x^2 = 42$
 $x^2 = 7$

$x = \pm \sqrt{7}$

(3) $5x^2 - 90 = 0$
 $5x^2 = 90$
 $x^2 = 18$
 $x = \pm \sqrt{18}$
 $x = \pm 3\sqrt{2}$

(4) $81x^2 - 25 = 0$
 $81x^2 = 25$
 $x^2 = \frac{25}{81}$
 $x = \pm \frac{5}{9}$

2

(1) $x = 7, -1$

(2) $x = -4 \pm 2\sqrt{6}$

【解説】

(1) $(x-3)^2 = 16$
 $x-3 = \pm 4$
 $x = 3 \pm 4$
 $x = 3+4 = 7$ または
 $x = 3-4 = -1$

(2) $(x+4)^2 - 24 = 0$
 $(x+4)^2 = 24$
 $x+4 = \pm \sqrt{24}$
 $x = -4 \pm 2\sqrt{6}$

3

(1) $x = -4, 3$

(2) $x = 0, 5$

(3) $x = 6$

(4) $x = 2, -5$

【解説】

(1) $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x+4)(x-3) = 0$
 $x = -4, 3$

(2) $x^2 - 5x = 0$
 $x(x-5) = 0$
 $x = 0, 5$

(3) $x^2 - 12x + 36 = 0$
 $(x-6)^2 = 0$
 $x = 6$

(4) $x^2 + 5x = 10 + 2x$
 $x^2 + 5x - 2x - 10 = 0$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $(x-2)(x+5) = 0$
 $x = 2, -5$

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の必要性と意味及びその解の意味」＜応用問題①＞

組 番 名前

① 次の方程式を平方の形に変形して解きなさい。

(1) $x^2 - 8x - 3 = 0$

(2) $x^2 + 10x + 7 = 2$

② 次の方程式を解の公式で解きなさい。

(1) $3x^2 + 5x - 1 = 0$

(2) $2x^2 + 6x + 3 = 0$

1

$$(1) \quad x = 4 \pm \sqrt{19}$$

$$(2) \quad x = -5 \pm 2\sqrt{5}$$

【解説】

$$(1) \quad x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$(2) \quad x^2 + 10x + 7 = 2$$

$$x^2 - 8x + 16 = 3 + 16$$

$$x^2 + 10x + 25 = 2 - 7 + 25$$

$$(x - 4)^2 = 19$$

$$(x + 5)^2 = 20$$

$$x - 4 = \pm \sqrt{19}$$

$$x + 5 = \pm \sqrt{20}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{19}$$

$$x = -5 \pm 2\sqrt{5}$$

2

$$(1) \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$(2) \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

【解説】

$$(1) \quad 3x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$(2) \quad 2x^2 + 6x + 3 = 0$$

a = 3, b = 5, c = -1 を公式に代入

a = 2, b = 6, c = 3 を公式に代入

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 12}}{6}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{12}}{4}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の必要性と意味及びその解の意味」＜応用問題②＞

組 番 名前

① 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-5)(x+3) = 5x-15$ (2) $(3x+2)^2 = 5$

(3) $(3-x)^2 = 6x+18$

(4) $(x-3)^2 + 2(x-3) - 15 = 0$

② 方程式 $x^2 + ax - 18 = 0$ の解の1つが $x = -9$ であるとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 他の解を求めなさい。

1

(1) $x = 0, 7$

(2) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{3}$

(3) $x = 6 \pm 3\sqrt{5}$

(4) $x = 6, -2$

【解説】

(1) $(x-5)(x+3) = 5x-15$
 $x^2 - 2x - 15 = 5x - 15$
 $x^2 - 2x - 5x - 15 + 15 = 0$
 $x^2 - 7x = 0$
 $x(x-7) = 0$
 $x = 0, 7$

(2) $(3x+2)^2 = 5$
 $3x+2 = \pm\sqrt{5}$
 $3x = -2 \pm \sqrt{5}$
 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{3}$

(3) $(3-x)^2 = 6x+18$
 $9 - 6x + x^2 = 6x + 18$
 $x^2 - 6x - 6x + 9 - 18 = 0$
 $x^2 - 12x - 9 = 0$
 $x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times (-9)}}{2}$
 $= \frac{12 \pm \sqrt{180}}{2}$
 $= \frac{12 \pm 6\sqrt{5}}{2}$
 $= 6 \pm 3\sqrt{5}$

(4) $(x-3)^2 + 2(x-3) - 15 = 0$
 $x-3 = A$ とおくと
 $A^2 + 2A - 15 = 0$
 $(A-3)(A+5) = 0$
Aをもどして
 $(x-3-3)(x-3+5) = 0$
 $(x-6)(x+2) = 0$
 $x = 6, -2$

2

(1) $a = 7$

(2) 他の解は 2

【解説】

(1) $x = -9$ を代入して
 $81 - 9a - 18 = 0$
 $-9a = -63$
 $a = 7$

(2) $a = 7$ を代入して
 $x^2 + 7x - 18 = 0$
 $(x-2)(x+9) = 0$
 $x = 2, -9$
したがって、他の解は 2

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」＜準備問題＞

組 番 名前

次の方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 - 15 = 0$

(2) $(x + 7)^2 - 18 = 0$

(3) $x^2 + 10x + 24 = 0$

(4) $x^2 - 12x + 35 = 0$

(5) $x^2 - x - 72 = 0$

(6) $x^2 + 19x = 0$

(7) $x^2 - 18x + 81 = 0$

(8) $3x^2 + 9x + 2 = 0$

(9) $x^2 - 3x + 1 = 0$

(10) $x^2 - 6x + 2 = 0$

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」 <準備問題・解答>

- (1) $x = \pm \sqrt{5}$ (2) $x = -7 \pm 3\sqrt{2}$ (3) $x = -4, -6$
 (4) $x = 7, 5$ (5) $x = 9, -8$ (6) $x = 0, -19$ (7) $x = 9$
 (8) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{57}}{6}$ (9) $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ (10) $x = 3 \pm \sqrt{7}$

【解説】

- (1) $3x^2 - 15 = 0$
 $x^2 = 5$
 $x = \pm \sqrt{5}$
- (2) $(x+7)^2 - 18 = 0$
 $(x+7)^2 = 18$
 $x+7 = \pm \sqrt{18}$
 $x = -7 \pm 3\sqrt{2}$
- (3) $x^2 + 10x + 24 = 0$
 $(x+4)(x+6) = 0$
 $x = -4, -6$
- (4) $x^2 - 12x + 35 = 0$
 $(x-7)(x-5) = 0$
 $x = 7, 5$
- (5) $x^2 - x - 72 = 0$
 $(x-9)(x+8) = 0$
 $x = 9, -8$
- (6) $x^2 + 19x = 0$
 $x(x+19) = 0$
 $x = 0, -19$
- (7) $x^2 - 18x + 81 = 0$
 $(x-9)^2 = 0$
 $x = 9$
- (8) $a = 3, b = 9, c = 2$ を公式に代入し
 $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$
 $= \frac{-9 \pm \sqrt{57}}{6}$
- (9) $a = 1, b = -3, c = 1$ を
 公式に代入し
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$
 $= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$
- (10) $a = 1, b = -6, c = 2$ を
 公式に代入し
 $x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$
 $= \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2}$
 $= \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{2}$
 $= 3 \pm \sqrt{7}$

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」＜基本問題①＞

組 番 名前

① 大小2つの自然数があり、この2つの数の差は5です。また、この2つの数の積を作ると24になります。大きい数を x として次の問いに答えなさい。

(1) 小さい方の数を x を用いて表しなさい。

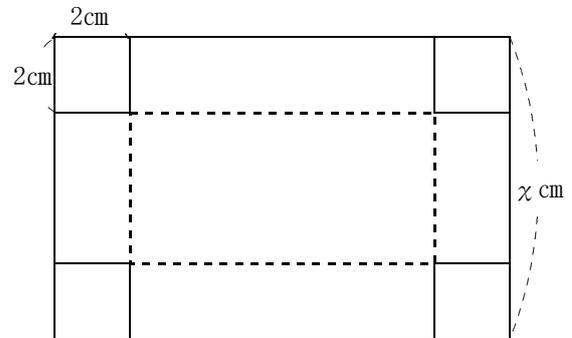
(2) 2つの数の積が24になることに注目して方程式をつくりなさい。【思・判・表】

(3) 方程式を解き、2つの数を求めなさい。【思・判・表】

② 横の長さが縦の長さより5cm長い長方形の厚紙があります。この厚紙の4すみから図のように1辺の長さが2cmの正方形を切り取り、直方体の小箱を組み立てたら、容積が 132 cm^3 となりました。

もとの厚紙の縦の長さを $x\text{ cm}$ として、次の問いに答えなさい。

(1) もとの厚紙の横の長さを、 x を使って表しなさい。



(2) 組み立てた直方体の底面の縦の長さと横の長さを x を使って表しなさい。

(3) 容積が 132 cm^3 になることに着目して、方程式をつくりなさい。【思・判・表】

(4) (3)の方程式を解き、もとの厚紙の縦の長さと横の長さを求めなさい。【思・判・表】

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」＜基本問題②＞

組 番 名前

① 大小2つの自然数があり、その差は5です。また、それぞれの数の2乗の和は、この2つの数の積に61を加えた数になります。この2つの数を求めなさい。

② ある数に4を加えて2乗するところを、まちがえて4を加えて2倍してしまいました。すると答えは35小さくなってしまいました。もとの数を求めなさい。

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」〈基本問題②・解答〉

1

4 と 9

【解説】

小さい自然数を x とおくと、差は5であるので大きい自然数は $x+5$ とおける。
それぞれの2乗の和は $x^2 + (x+5)^2$ と表せ、2数の積は $x(x+5)$ と表せる。

したがって $x^2 + (x+5)^2 = x(x+5) + 61$ という方程式ができる。

$$x^2 + (x+5)^2 = x(x+5) + 61$$

$$x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$(x+9)(x-4) = 0$$

$$x = -9, 4$$

$$x > 0 \text{ より } x = 4$$

$$x = 4 \text{ のとき、大きい自然数は } 4 + 5 = 9$$

したがって2つの自然数は4と9

<別解>

大きい自然数を x として $(x-5)^2 + x^2 = x(x-5) + 61$ を解いてもよい。

2

この数は 3 と -9

【解説】

ある数を x とすると、
 x に4を加えて2乗すると $(x+4)^2$
 x に4を加えて2倍すると $2(x+4)$ と書ける。

後者の方が、前者より35小さいので

$$(x+4)^2 = 2(x+4) + 35 \quad \text{という方程式ができる。}$$

$$(x+4)^2 = 2(x+4) + 35$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$(x-3)(x+9) = 0$$

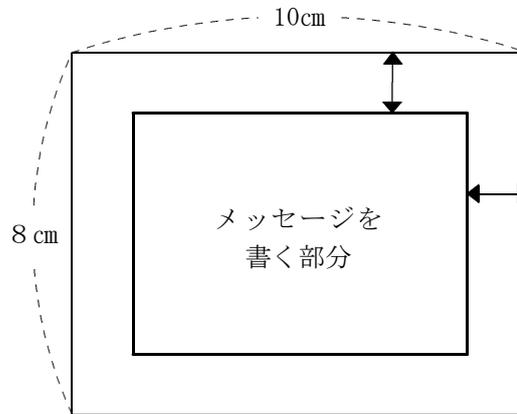
$$x = 3, -9 \quad \text{いずれも適する}$$

したがって 3 と -9

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」〈基本問題③〉

組 番 名前

- ① 千葉君は、メッセージを書くために、縦8 cm、横10 cmの紙を用意しましたが、やや大きかったため図のように周囲を同じ幅で切り取りました。すると面積が 48 cm^2 となりました。切り取った部分の幅を求めなさい。



- ② 地球上で、物体を地上0 mの位置から秒速40 mの速さで垂直に投げ上げたとき、 x 秒後に物体は地上から $(40x - 5x^2)$ mの高さにあることが知られています。この式を利用して、次の問いに答えなさい。

(1) ある物体を地上0 mの位置から秒速40 mの速さで垂直に投げ上げる。投げ上げてから4秒後に、この物体は地上から何 mの高さにあるか求めなさい。

(2) ある物体を地上0 mの位置から秒速40 mの速さで垂直に投げ上げる。この物体が地上から60 mの高さにあるのは、投げ上げてから何秒後か求めなさい。

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」〈基本問題③・解答〉

1 切り取った部分の幅は1 cm

【解説】

縦、横ともに両側から x cm ずつ切り取られるので、
残った紙の縦の長さは $(8 - 2x)$ cm 横の長さは $(10 - 2x)$ cm となる。

面積が 48 cm^2 となるので

$$(8 - 2x)(10 - 2x) = 48 \quad \text{という方程式ができる。}$$

$$(8 - 2x)(10 - 2x) = 48$$

$$4x^2 - 36x + 32 = 0$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$(x - 1)(x - 8) = 0$$

$$x = 1, 8$$

$$0 < x < 4 \text{ なので } x = 1$$

したがって、切り取る幅は 1 cm

2

(1) 80 m

(2) 2秒後 と 6秒後

【解説】

(1) x 秒後の高さは $(40x - 5x^2)$ m と表せるので
 $x = 4$ を代入し $40 \times 4 - 5 \times 16 = 80$ m

(2) x 秒後に 60 m 地点に達するので

$$40x - 5x^2 = 60$$

$$5x^2 - 40x + 60 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0$$

$$x = 2, 6$$

これより 2秒後 (上がっていく時) と

6秒後 (落ちてくる時)

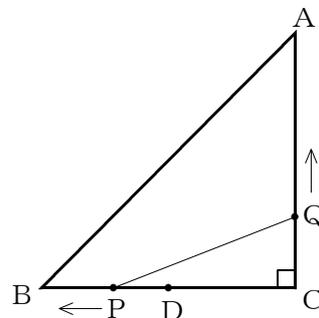
数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」＜応用問題＞

組 番 名前

① 次の図は、 $BC = CA = 20\text{ cm}$ の直角二等辺三角形 ABC で、点 D は BC の中点です。点 P は BC 上を毎秒 1 cm の速さで D から B まで動き、点 Q は AC 上を毎秒 2 cm の速さで C から A まで動きます。

2点 P, Q が同時に出発したとき、次の問いに答えなさい。

(1) 点 P, Q が出発して3秒後の $\triangle QPC$ の面積を求めなさい。



(2) $\triangle QPC$ の面積が 24 cm^2 になるのは点 P, Q が出発して何秒後ですか。

② 右の表は、自然数を1から順に1列に3個ずつ並べたものである。表の中から、となり合う2つの数 A, B ($A < B$)を選ぶ。

A と B の積が 460 となるときの、 A は何行目の何列目にある数か求めなさい。

	1列	2列	3列	...	?列	?列	...
1行目	1	4	7	...	□	□	...
2行目	2	5	8	...	A	B	...
3行目	3	6	9	...	□	□	...

数学3 3章 二次方程式「二次方程式の利用」＜応用問題・解答＞

1

(1) 39 cm^2

(2) 2秒後

【解説】

(1) 3秒後 $PC = 13 \text{ cm}$ $CQ = 6 \text{ cm}$ なので $\triangle QPC$ の面積は、
 $13 \times 6 \div 2 = 39 \text{ cm}^2$

(2) x 秒後 $PC = (10 + x) \text{ cm}$ $CQ = 2x \text{ cm}$ となるので、

$$\frac{2x(10+x)}{2} = 24$$

$$x(10+x) = 24$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x-2)(x+12) = 0$$

$$x = 2, -12$$

$$0 \leq x \leq 10 \text{ より } x = 2$$

これより2秒後

2 2行目の7列目

【解説】

Aの数を n とおくと、Bは $n+3$ と表せる。

A, Bの積は460なので、

$$n(n+3) = 460$$

$$n^2 + 3n - 460 = 0$$

$$(n-20)(n+23) = 0$$

$$n = 20, -23$$

n は自然数のなので、Aは20である。

3行目の数は3の倍数なので、21があるのは7列目だということがわかる。

20は21の1つ前なので、

20は2行目の7列目にある。