数学３　７章　　三平方の定理　「三平方の定理」＜準備問題＞

組　　番　名前

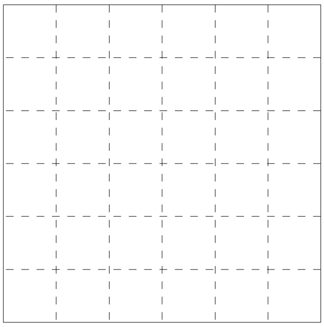
次の問いに答えなさい。

（１）　４の平方根を答えなさい。

（２）　８の平方根を答えなさい。

（３）　$(3\sqrt{2})^2$ を計算しなさい。

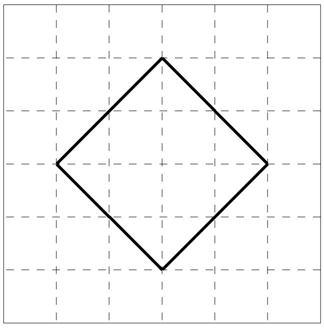
（４）　次の方眼に面積が８cm² の正方形をかきなさい。（ただし，１目盛りを１cmとする）



数学３　７章　　三平方の定理　「三平方の定理」＜準備問題・解答＞

（１）　± 2　　　（２）　$\pm 2\sqrt{2}$　　　（３）　１８

（４）



【解説】

（１）　２乗すると４になる数は，２と－２。

（２）　２乗すると８になる数は，　$\sqrt{8}$ と $-\sqrt{8}$

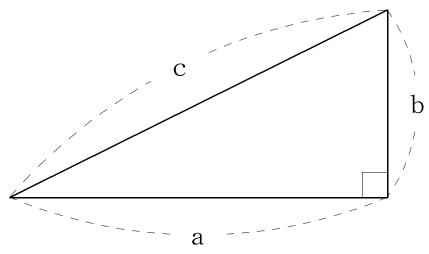
（$\sqrt{}$ の中は小さい数とするので，$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ と $-\sqrt{8}=-2\sqrt{2}$）

（３）　$(3\sqrt{2})^2=3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=3\times 3\times \sqrt{2}\times \sqrt{2}=9\times 2=18$

数学３　７章　　三平方の定理　「三平方の定理」＜基本問題＞

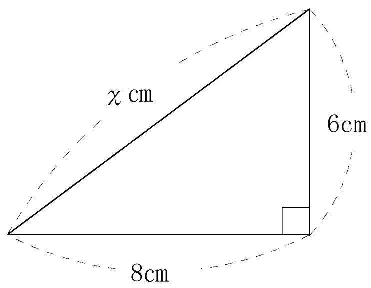
組　　番　　名前

1　次の直角三角形について，３辺ａ，ｂ，ｃの関係を表す式を書きなさい。

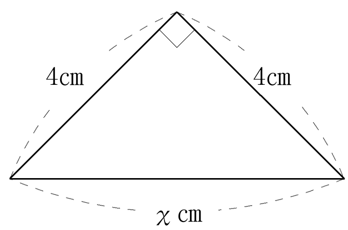


2　次の直角三角形で，χの値を求めなさい。

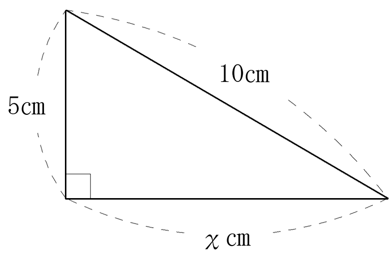
（１）



（２）



（３）



3　次の問いに答えなさい

（１）　次の長さを３辺とする三角形のうち，直角三角形であるものを記号で答えなさい。

ア　５ cm，６ cm，８ cm　　　　イ　５ cm，１２ cm，１３ cm

ウ　$\sqrt{10}$ cm，４ cm，６ cm

（２）　直角三角形の２辺の長さが，９cm，１２cm のとき，考えられる残りの１辺の長さをすべて求めなさい。

数学３　７章　　三平方の定理　「三平方の定理」＜基本問題・解答＞

$\boxed{1}$　$a^2+b^2=c^2$　　　短い辺の2乗の和＝斜辺の2乗

$\boxed{2}$　（１）　１０cm　　（２）　$4\sqrt{2}$ cm　　（３）　$5\sqrt{3}$ cm

【解説】

（１）　三平方の定理より，$8^2+6^2=\chi^2$

$100=\chi^2$

$\chi=\pm 10$　→　１０

（２）　三平方の定理より，$4^2+4^2=\chi^2$

$32=\chi^2$

$\chi=\pm 4\sqrt{2}$　→　$4\sqrt{2}$

（３）　三平方の定理より，$\chi^2+5^2=10^2$

$\chi^2=75$

$\chi=\pm 5\sqrt{3}$　→　$5\sqrt{3}$

$\boxed{3}$　（１）　イ　　（２）　１５cm　または　$3\sqrt{7}$ cm

【解説】

（１）＊最も長い辺を斜辺と仮定し、三平方の定理が成り立つか考える。

ア．$5^2+6^2=61$，$8^2=64$

5^2+6^2と8^2 は等しくないので直角三角形ではない。

イ．$5^2+12^2=169$，$13^2=169$

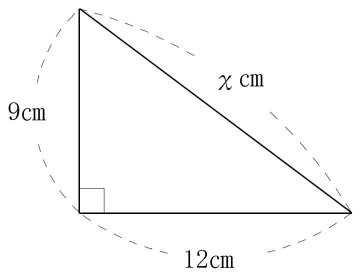
$5^2+12^2=13^2$ なので，直角三角形である。

ウ．$(\sqrt{10})^2+4^2=26$，$6^2=36$

$(\sqrt{10})^2+4^2$と6^2は等しくないので，直角三角形ではない。

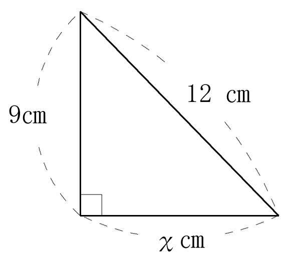
（２）次の２つの場合が考えられる。

ｉ．　９cm，１２cmが直角をつくる２辺（短い２辺）のとき，残りの辺（斜辺）の長さをχcmとすると，



$9^2+12^2=\chi^2$

ⅱ．　９cmが直角をつくる辺の一方，１２cmが斜辺のとき，残りの辺の長さをχcmとすると，



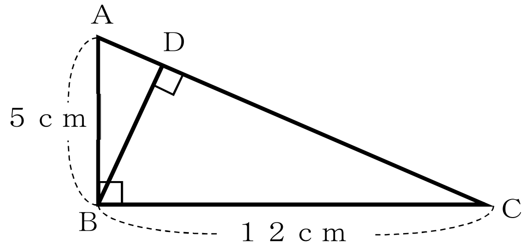
$9^2+\chi^2=12^2$

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理」　＜応用問題＞

組　　　番　　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　右の図について，次の問いに答えなさい。

（１）　ＡＣの長さを求めなさい。



（２）　ＢＤの長さを求めようとしていたＰさんですが，わからなかったので，先生の所に質問に行くと次のように教えてくれました。会話について次の問いに答えなさい。

①　ア～ウに当てはまる式をそれぞれ答えなさい。

②　x の値を求めなさい。

③　ＢＤの長さを求めなさい。

先　生：「ＡＤの長さを x（㎝）とすると，ＣＤの長さは x を用いてどのような式で表すことができるかな？」

Ｐさん：「ア＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿です。」

先　生：「そうですね。このとき，△ＡＢＤで三平方の定理を使うと，

$\text{BD}^2 =$ イ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

が成り立ちます。」

Ｐさん：「△ＤＢＣも直角三角形なので，三平方の定理を使うと，

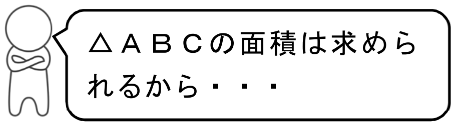
$\text{BD}^2 =$ ウ＿＿＿＿＿＿＿＿

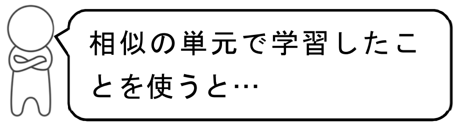
という関係が成り立ちますね。」

先　生：「そのとおりです。この２つの式を使って x の値を求めれば，ＢＤの長さを求めることができますよ。」

Ｐさん：「わかりました。ありがとうございます。」

（３）　クラスの友達は，ＡＣの長さがわかれば，異なる方法でもＢＤの長さを求めることができると言っています。次の①，②のヒントを参考にＢＤの長さを求める方法を説明し，ＢＤの長さを求めなさい。

①


②


数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理」　＜応用問題・解答＞

$\boxed{1}$

（１）　三平方の定理より，$5^2+12^2=AC^2$
これを計算すると，$AC=13$（ｃｍ）

（２）　①　**ア**　$13-x$　（ｃｍ）
イ　5^2-x^2　（または，$25-x^2$）
ウ　$12^2-(13-x)^2$　（または，$144-(13-x)^2$）

②　**イ**と**ウ**より，$5^2-x^2=12^2-(13-x)^2$
これを解くと，
$$x=\frac{25}{13}$$

③　**イ**と②の結果より，$BD^2=5^2-\left(\frac{25}{13}\right)^2$
これを解くと，$BD=\frac{60}{13}$（ｃｍ）

（３）　①　三角形の面積は，$5\times12\times\frac{1}{2}=30$（$cm^2$）
この三角形の底辺をＡＣとすると，高さがＢＤだから，
$13\times BD\times\frac{1}{2}=30$　　これを解くと，$BD=\frac{60}{13}$（ｃｍ）

②　△ＡＢＤと△ＡＣＢで
仮定より，$\angle ADB=\angle ABC$　…①
共通な角なので，$\angle A=\angle A$　…②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいので，
$\triangle ABD\backsim\triangle ACB$
よって，$AB:AC=BD:CB$

したがって，$5:13=BD:12$

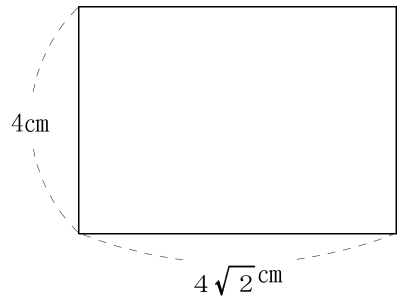
これを解くと，$BD=\frac{60}{13}$（ｃｍ）

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題①＞

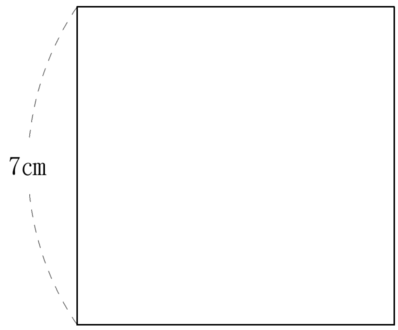
組　　番　　名前

1　次の図形の対角線の長さを求めなさい。

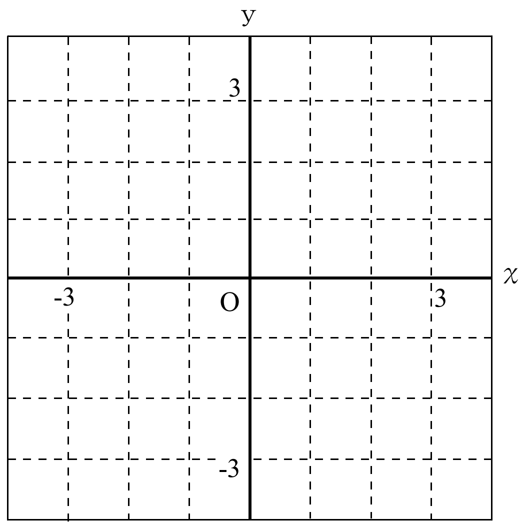
（１）　縦，横の長さがそれぞれ４㎝，　$4\sqrt{2}$ ㎝の長方形



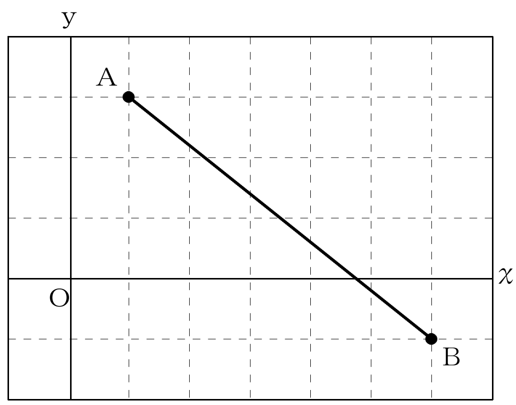
（２）　１辺の長さが７㎝の正方形



2　２点Ａ（ －３，２ ），Ｂ（１，－３）があるとき，線分ＡＢを斜辺とする直角三角形を右の方眼にかきなさい。



3　次の図のように，２点Ａ（ １，３ ），Ｂ（６，－１）があるとき，ＡＢ間の距離を求めなさい。



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題①・解答＞

$\boxed{1}$　（１）$4\sqrt{3}$　cm　　　（２）　$7\sqrt{2}$　cm

【解説】

（１）対角線の長さを x とすると

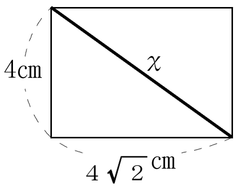
$x^2=(4\sqrt{2})^2+4^2$　より

$x^2=32+16$

$x^2=48$

$x=\pm\sqrt{48}$

$x=\pm 4\sqrt{3}$



$x>0$ より　$x=4\sqrt{3}$

（２）対角線の長さを x とすると

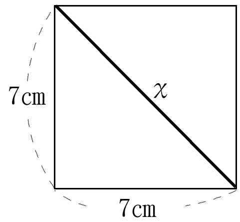
$x^2=7^2+7^2$　より

$x^2=49+49$

$x^2=98$

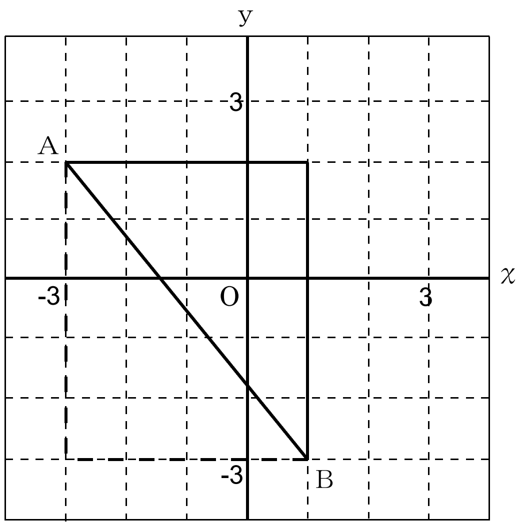
$x=\pm\sqrt{98}$

$x=\pm 7\sqrt{2}$



$x>0$ より　$x=7\sqrt{2}$

$\boxed{2}$



※ 逆向きの三角形(---- 線)でもよい。

$\boxed{3}$　$\sqrt{41}$

【解説】

右の図の△ＡＣＢにおいて

三平方の定理により

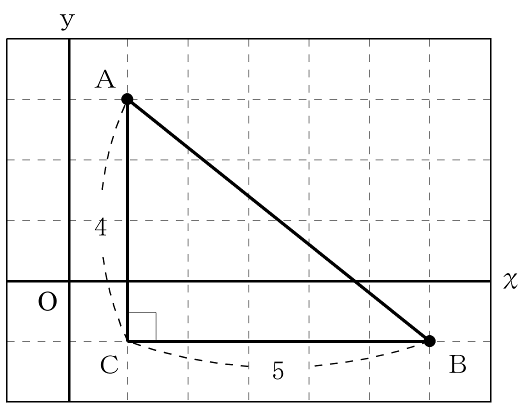
$AB^2=4^2+5^2$

$AB^2=16+25$

$AB^2=41$

$AB=\pm\sqrt{41}$

$AB>0$ より　$AB=\sqrt{41}$

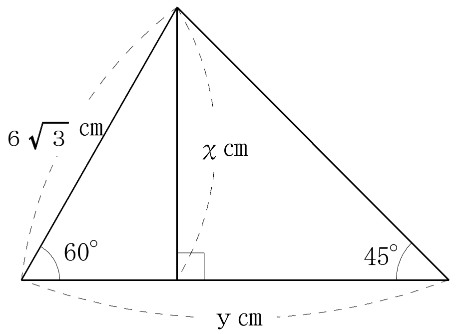


数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題②＞

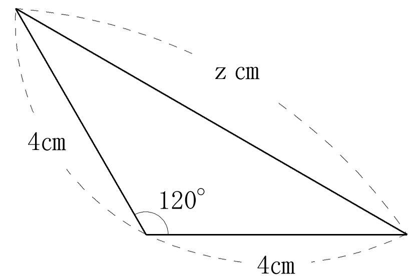
組　　番　名前

1　次の図のχ，ｙ，ｚの値を求めなさい。

（１）



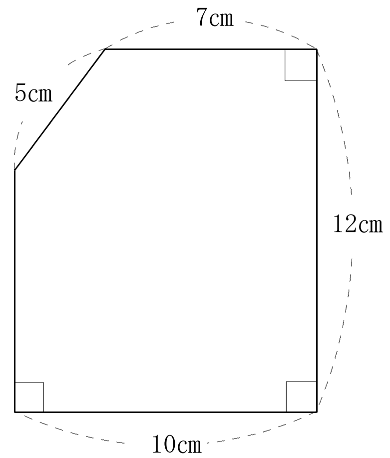
（２）



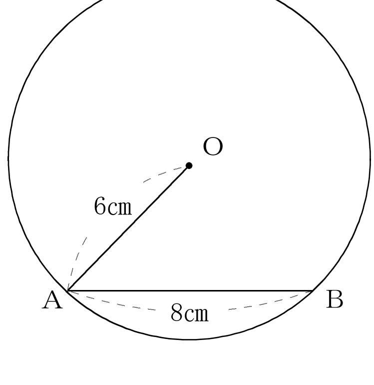
2　次の問いに答えなさい。

（１）　１辺の長さが１０cmの正三角形の面積を求めなさい。

（２）　次の図形の面積を求めなさい。



3　右の図のように，半径６cmの円Ｏで，弦ＡＢの長さが８cmのとき，円の中心と弦ＡＢとの距離を求めなさい。
（図を一部変えました。）



$\boxed{1}$　（１）　$\chi = 9$　　$y = 9 + 3\sqrt{3}$　　　（２）　$z = 4\sqrt{3}$

【解説】

（１）左側の直角三角形で

$\chi : 6\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$

$2\chi = 18$

$\chi = 9$

左側の直角三角形で

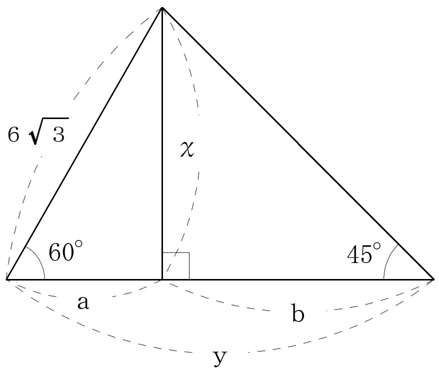
$a : 6\sqrt{3} = 1 : 2$

$a = 3\sqrt{3}$

右側の直角三角形で

$b = \chi = 9$

$y = b + a = 9 + 3\sqrt{3}$



（２）小さな直角三角形において

$a : 4 = 1 : 2$

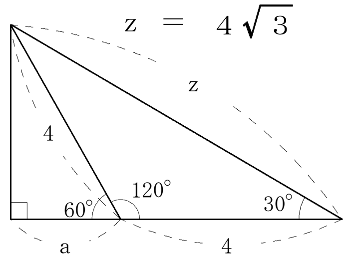
$a = 2$

大きな直角三角形において

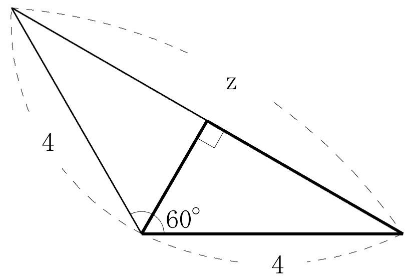
$z : 6 = 2 : \sqrt{3}$

$\sqrt{3}\,z = 12$

$z = 4\sqrt{3}$



【別解】



太線の直角三角形の辺の比は

$1 : \sqrt{3} : 2$ であるから，

$z : 4 = \sqrt{3} : 2$

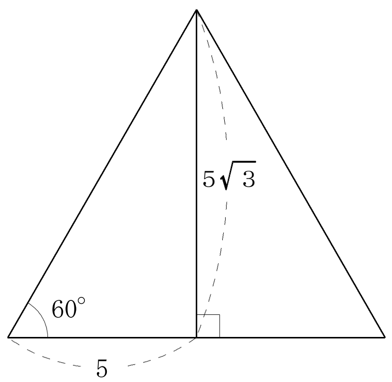
これより　$\frac{1}{2}$　$z = 4\sqrt{3}$

$\boxed{2}$　（１）　$25\sqrt{3}$ cm^2　　　（２）　114 cm^2

【解説】

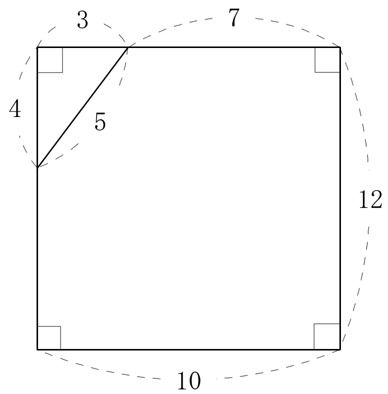
（１）　正三角形の高さは，　$5\sqrt{3}$ cm となるので，求める面積は

$$10 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 25\sqrt{3}$$



（２）　三平方の定理により，下の図のような線分の長さとなる。求める面積は，

$$12 \times 10 - 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 114$$



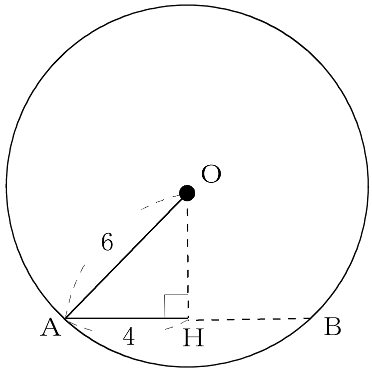
3　$2\sqrt{5}$　cm

【解説】

円の中心Ｏからの垂線と弦ＡＢとの交点をＨとする。

点Ｈは，線分ＡＢの中点なのでＡＨ＝４ｃｍ

△ＯＡＨにおいて，三平方の定理により



$$OH^2 + AH^2 = OA^2$$
$$OH^2 + 4^2 = 6^2$$
$$OH^2 + 16 = 36$$
$$OH^2 = 36 - 16$$
$$OH^2 = 20$$
$$OH = \pm\sqrt{20}$$
$$OH = \pm 2\sqrt{5}$$

$OH > 0$ より　$OH = 2\sqrt{5}$

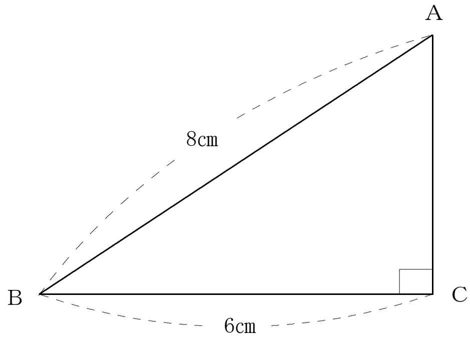
数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」<基本問題③>

組　　番　名前

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

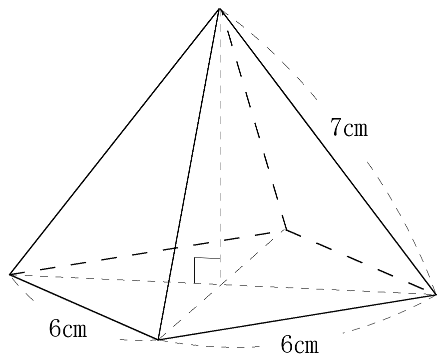
（１）　１辺が４㎝の立方体の対角線の長さを求めなさい。

（２）　右の図のようなＡ＝８㎝，ＢＣ＝６㎝の直角三角形ＡＢＣにおいて，辺ＡＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。



$\boxed{2}$　右の図のように，底面が１辺６㎝の正方形で，他の辺が７㎝の正四角すいがあります。

この正四角すいの体積と表面積を求めなさい。



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題③・解答＞

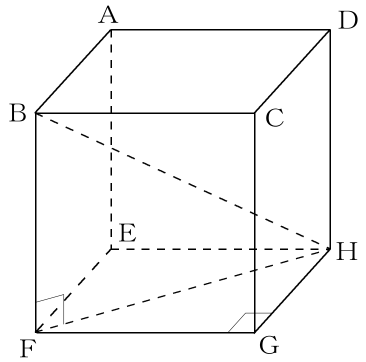
（１）　$4\sqrt{3}$　cm　　　　　　（２）　$24\sqrt{7}\pi$　cm^3

【解説】

（１）右の図で，

　　△ＦＧＨにおいて　ＦＨ ＝ $4\sqrt{2}$

　　△ＢＦＨにおいて　$BH^2 = 4^2 + FH^2$



（別解）

　　縦，横，高さがそれぞれ，ａ，ｂ，ｃである

　　直方体の対角線の長さは $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

　　で求められるので，

　　$BH = \sqrt{4^2+4^2+4^2}$

（２）円すいの高さをｈcmとすると

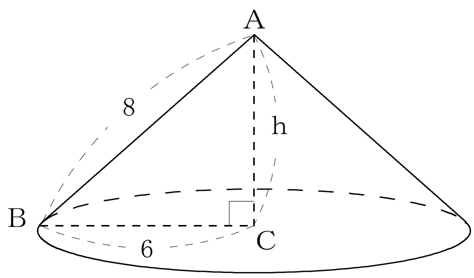
　　三平方の定理により

　　$h^2+6^2=8^2$

　　　　$h = 2\sqrt{7}$

　　したがって，円すいの体積は

　　$\pi \times 6^2 \times 2\sqrt{7} \times \dfrac{1}{3} = 24\sqrt{7}\pi$



$\boxed{2}$　体積 $12\sqrt{31}$ cm^3　　　表面積 $36+24\sqrt{10}$ cm^2

【解説】

《体積》

　右の図のように，四角すいの高さをｈcm，

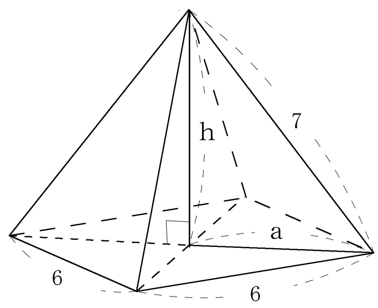
　底面の正方形の対角線の半分をａcmとすると

　直角二等辺三角形の辺の比から　$a = 3\sqrt{2}$

　三平方の定理により

　　$h^2 + (3\sqrt{2})^2 = 7^2$

　　　　　$h = \sqrt{31}$



　四角すいの体積は

　　$36 \times \sqrt{31} \times \dfrac{1}{3} = 12\sqrt{31}$

《表面積》

　右の図のように，側面の二等辺三角形の高さを$x$cmとすると，

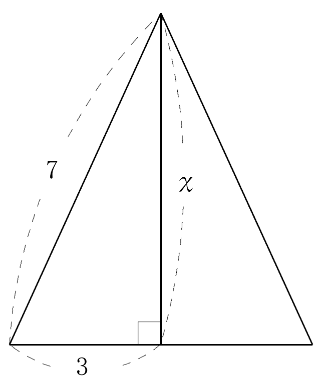
　　$x^2+3^2=7^2$

　　　　$x = 2\sqrt{10}$

　四角すいの表面積は

　　（底面の正方形）＋４×（側面の二等辺三角形）

　　$6^2 + 4 \times \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{10} = 36 + 24\sqrt{10}$

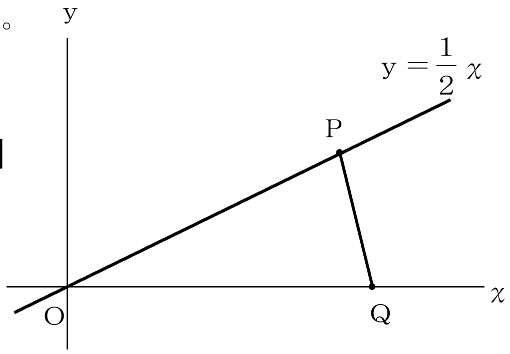


数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」<応用問題①>

組　　番　　名前

$\boxed{1}$　右の図のように，関数ｙ＝$\frac{1}{2}\chi$　のグラフ上に点Ｐ，χ軸上に点Ｑ(１０，０)があります。

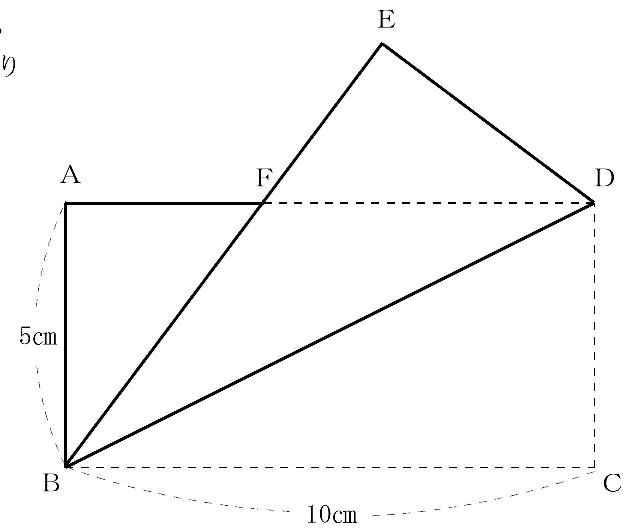
△ＰＯＱが ＯＰ＝ＯＱ の二等辺三角形になるとき，点Ｐの座標を求めなさい。ただし，点Ｐの座標は正の数とします。【思・判・表】



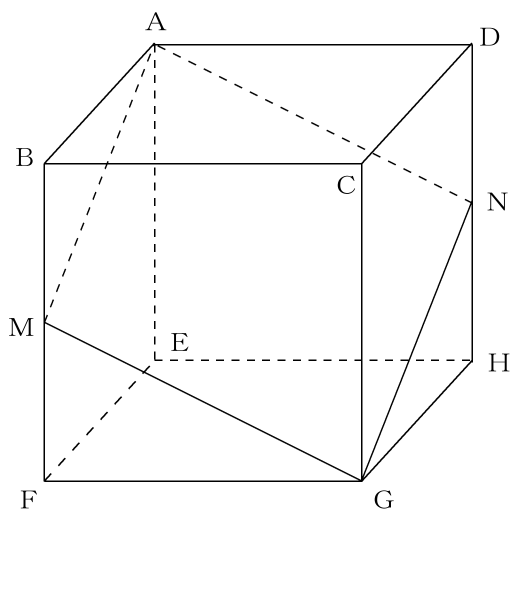
$\boxed{2}$　右の図のように，縦，横の長さがそれぞれ５cm，１０cmの長方形ＡＢＣＤの紙を，対角線ＢＤを折り目として折るとき，ＡＦの長さを求めなさい。

また，その求め方を説明しなさい。

【思・判・表】



$\boxed{3}$　右の図のように，１辺が６cmの立方体で，点Ｍ，Ｎがそれぞれ辺ＢＦ，ＤＨの中点のとき，四角形ＡＭＧＮの周の長さと面積を求めなさい。【思・判・表】



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜応用問題①・解答＞

1　（ $4\sqrt{5}$ ， $2\sqrt{5}$ ）

【解説】

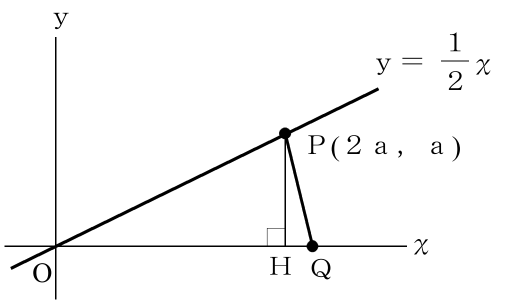
点Ｐの x 座標を２ａとおくと
点Ｐの座標は（２ａ，ａ）となる。
右の図の△ＰＯＨで，三平方の定理により

$(2a)^2+a^2=10^2$

$5a^2=100$

$a^2=20$

ａ＞０より　$a=2\sqrt{5}$



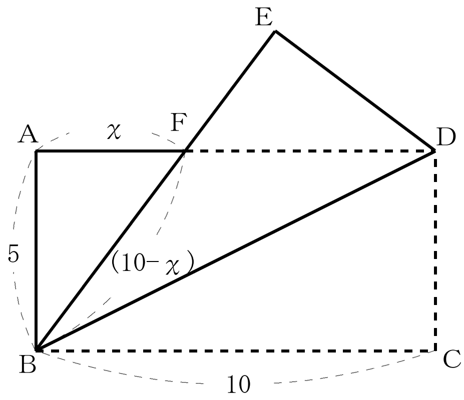
2　$AF=\frac{15}{4}$ cm

【解説】

ＡＦ ＝ x cmとすると
△ＡＢＦ≡△ＥＤＦより
（１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）
ＢＦ ＝ ＤＦ ＝ $10-x$

△ＡＢＦにおいて，三平方の定理により
$(10-x)^2=x^2+5^2$

これを解いて　$x=\frac{15}{4}$



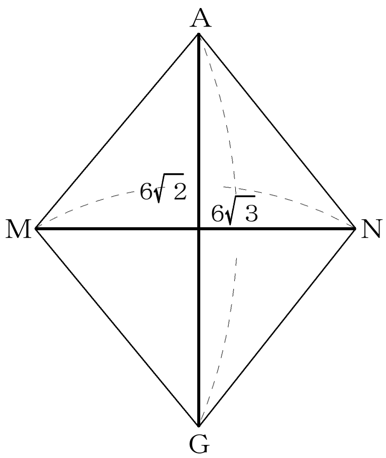
3　周の長さ $12\sqrt{5}$ cm　　面積　$18\sqrt{6}$ cm^2

【解説】

《周の長さ》
△ＡＢＭにおいて，三平方の定理により
$AM^2=6^2+3^2$
$AM=3\sqrt{5}$
また，ＡＭ＝ＭＧ＝ＧＮ＝ＮＡより，
四角形ＡＭＧＮの周の長さは，
$4\times3\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

《面積》
四角形ＡＭＧＮは，右の図のようなひし形となり
その対角線の長さは，
$AG=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}$ （立方体の対角線）
$MN=6\sqrt{2}$ （底面の正方形の対角線と同じ長さ）
したがって，四角形ＡＭＧＮの面積は，

$6\sqrt{3}\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=18\sqrt{6}$

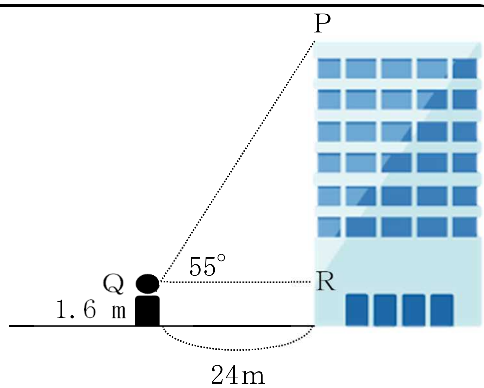


数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」　＜応用問題②＞

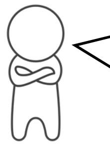
組　　番　　名前

1　５章　図形と相似「相似な図形」＜応用問題＞2は次のような問題でした。【思・判・表】

Ａさんは家の近くにあるビルの高さを，縮図をかいて調べることにしました。そのために，Ａさんがビルから２４ｍ離れた地点から屋上を見上げたところ，その角度は５５°であることがわかりました。Ａさんの目の高さが１．６ｍのとき，縮図をかいて，ビルの高さを求めたいと思います。



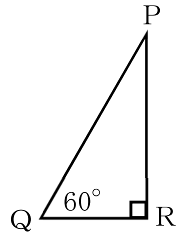
この問題で実際に縮図をかいてビルの高さ求めると，３５．２ｍでした。この求め方についてＢさんは，次のように言っています。



縮図をかかなくても，屋上を見上げる角度を６０°にして，三平方の定理の単元で学習したことを使えば，ビルの高さを求めることができるね。

このとき，次の問いに答えなさい。なお，Ｂさんの目の高さも１．６ｍとします。

（１）　Ｂさんの言っている方法では，どのようにしてビルの高さを求めるのでしょうか。右の△ＰＱＲを用いて，求める方法を説明しなさい。



（２）　Ｂさんが屋上を見上げた角度が６０°のとき，ビルからＢさんまでの距離は１９．４ｍでした。このとき，$\sqrt{2}$＝１．４１，$\sqrt{3}$＝１．７３，$\sqrt{5}$＝２．２３として，ビルの高さを小数第１位まで求めなさい。

（３）　高さ１２１．６ｍのビルをある地点からＢさんが見上げると，この角度は６０°でした。このとき，$\sqrt{2}$＝１．４１，$\sqrt{3}$＝１．７３，$\sqrt{5}$＝２．２３として，Ｂさんからビルまでの距離を小数第１位まで求めなさい。

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」　＜応用問題②・解答＞

$\boxed{1}$

（１）　（説明例）

ＱＲ：ＰＲ＝１：$\sqrt{3}$ より，ＰＲ＝$\sqrt{3}$ＱＲ

したがって，ＱＲの$\sqrt{3}$ 倍の長さに，Ｂさんの目の高さの１．６ｍをたせば，

ビルの高さを求めることができる。

（２）　１９．４×$\sqrt{3}$＝１９．４×１．７３＝３３．５６２（ｍ）

この値にＢさんの目の高さ１．６ｍをたすと，

３３．５６２＋１．６＝３５．１６２（ｍ）

小数第２位を四捨五入すると，３５．２（ｍ）

答え　３５．２ｍ

（３）　Ｂさんの目の高さは１．６ｍだから，

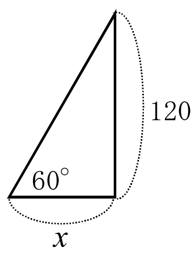
１２１．６－１．６＝１２０

Ｂさんからビルまでの距離を（ｍ）とすると，右の図のようになるから，

x：１２０＝１：$\sqrt{3}$

$\sqrt{3}x$＝１２０

$x=\dfrac{120}{\sqrt{3}}$＝４０$\sqrt{3}$＝４０×１．７３＝６９．２



答え　６９．２ｍ